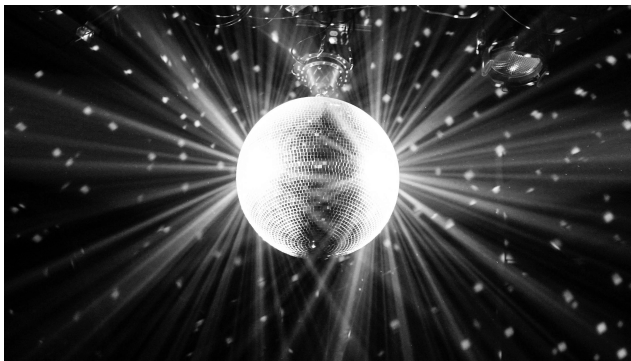




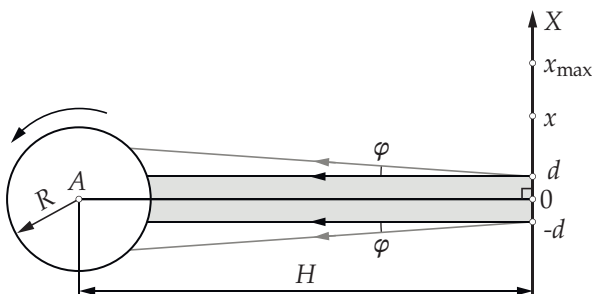
## Условия задач, ответы и критерии оценивания

### 1. Диска-шар (10 баллов)

Диска-шар — это шар с зеркальной поверхностью, состоящей из сотен или тысяч граней, каждая из которых — маленькое плоское зеркало. Обычно он подвешивается на потолке к устройству, которое равномерно вращает его вокруг вертикальной оси. Когда шар освещается прожекторами, зрители видят многочисленные отблески («зайчики»), бегущие по полу, стенам и потолку помещения (фото ниже). Зеркальные шары приобрели популярность в период расцвета музыкального стиля диско, в конце 70-х годов 20 века, когда их стали устанавливать в залах дискотек и ночных клубов.



Пусть шар радиусом  $R$  вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр (т. А, рис. ниже, вид сверху), совершая  $n$  оборотов в секунду. Расстояние от центра шара до вертикальной стены, совпадающей с горизонтальной осью  $OX$  на рисунке, равно  $H$  при этом  $H \gg R$ . Шар освещается пучком параллельных лучей, который формируется прожектором, расположенным на стене на той же высоте, что и центр шара. Лучи света от прожектора идут перпендикулярно стене, поперечный размер пучка равен  $2d$ .



Рассмотрим «зайчики», бегущие по стене на той же высоте, что и прожектор.

**А.** Чему равно максимальное значение координаты зайчика  $x_{\max}$ ? (2 балла)

**В.** Определите скорость  $v(x)$  движения «зайчика», проходящего точку с координатой  $x$ . (4 балла)

**С.** Пусть одинаковые маленькие плоские зеркала, покрывающие поверхность шара имеют форму квадратов с длиной стороны  $a$  ( $a \ll R$ ). Пусть пучок света прожектора, падающий на шар, имеет небольшую расходимость (рис. выше), определяемую углом  $2\varphi$  ( $\varphi \ll 1$ , см. Указание на листе 2). Оцените максимальное значение угла  $\varphi$ , при котором хотя бы в некоторых точках стены можно будет различить отдельные «зайчики». (4 балла)

Ответ: А)  $x_{\max} = 2dH \frac{\sqrt{R^2 - d^2}}{R^2 - 2d^2} \approx \frac{2dH}{R}$ ; В)  $v(x) = 4\pi Hn \left(1 + \frac{x^2}{H^2}\right) \approx 4\pi Hn$ . С) Ошибка в формулировке, см. критерии.

### Критерии

**Внимание!** В формулировке части С задачи была допущена ошибка, поэтому суммарное количество баллов за задачу уменьшается до 8 баллов, при этом всем, приступившим к решению задачи, присуждается 2 балла за часть С.

В части А указывается, что максимальное значение координаты «зайчика» достигается для крайних лучей из пучка, которые после отражения от шара поворачиваются на угол  $2\alpha$ , где  $\sin \alpha = \frac{d}{R}$ , относительно первоначального направления распространения — 1 балл. Если имеется только верный поясняющий рисунок, но количественные соотношения не выписаны — 0,5 балла.

В части А получен правильный ответ в виде:  $x_{\max} = 2dH \frac{\sqrt{R^2 - d^2}}{R^2 - 2d^2}$  или в виде:  $x_{\max} \approx \frac{2dH}{R}$  — 1 балл.

Баллы за достигнутые продвижения при ответе на вопрос части А (описанные в предыдущих абзацах) суммируются.

В части В правильный, обоснованный ответ в виде:  $v(x) = 4\pi Hn \left(1 + \frac{x^2}{H^2}\right)$  или в виде:  $v \approx 4\pi Hn$  оценивается полным баллом, даже если решение отличается от авторского. В других случаях промежуточные результаты оцениваются на основании схемы, изложенной ниже.

Тем или иным образом указывается, что движение «зайчика» по стене обусловлено поворотом зеркала, порождающего этот «зайчик», при вращении шара — 1,5 балла.

С физической точки зрения решение абсолютно верное, однако при алгебраических преобразованиях допущены ошибки, существенно влияющие на ход решения, — 2 балла.

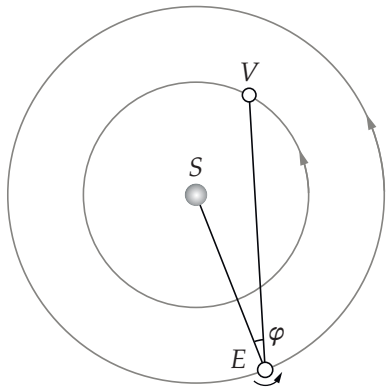
С физической точки зрения решение верное, но содержит вычислительные ошибки, существенно влияющие на ход решения, — 3 балла.

В остальных случаях эта часть оценивается на усмотрение проверяющего с учётом схемы, изложенной выше.

## 2. Элонгация Венеры (10 баллов)

Дергачёв А. А.

Наблюдениям за планетой Венера с Земли мешает её близость на небе к Солнцу. Угол  $\varphi$  (см. рис.) между направлениями с Земли ( $E$ ) на планету, в данном случае на Венеру ( $V$ ), и на Солнце ( $S$ ) называется элонгацией; она бывает восточной и западной в зависимости от расположения планеты на небесной сфере относительно Солнца. Венеру в наибольшей западной элонгации можно наблюдать перед рассветом, а в наибольшей восточной — сразу после заката Солнца. Считается, что планета располагается западнее Солнца, если она появляется на небе раньше него.



Наибольшее значение элонгации составляет около  $46,5^\circ$ , последний раз близкие значения наблюдались с 11 по 14 августа 2020 года, причем Венера была видна на рассвете. Орбиты Земли и Венеры можно считать круговыми и лежащими в одной плоскости. Все планеты вращаются вокруг Солнца в одном направлении, Земля вращается вокруг своей оси в ту же сторону. Отклонение земной оси от перпендикуляра к плоскости вращения планет в данной задаче несущественно.

**А.** Найдите расстояние от Венеры до Солнца, если расстояние от Земли до Солнца равно 150 млн км. (4 балла)

**В.** Когда примерно можно ожидать следующий наиболее подходящий для наблюдения Венеры момент? (6 баллов)

Ответ: А)  $R_V \approx 109$  млн км; В) около 5 ноября 2021 года.

### Критерии

Правильные и обоснованные ответы оцениваются полным баллом, даже если решение отличается от авторского. При этом правильным в части **А** считается ответ, который отличается от приведённого в решении не более, чем на 5%. В части **В** отличие даты (от приведённой в решении) может составлять до двух недель.

Верное с физической точки зрения решение в части **А**, не приводящие к правильному отве-

ту вследствие допущенных вычислительных ошибок, — 2 балла. Физически верное решение в части **В**, не приводящее к правильному ответу вследствие допущенных вычислительных ошибок, — 4 балла.

Промежуточные результаты, полученные в процессе решения, предлагается оценивать по схеме, изложенной ниже.

Указывается, что в наибольшей элонгации прямая, соединяющая Землю и Венеру, является касательной к орбите Венеры — 1 балл, если при этом верно определены точки на орбите Венеры, соответствующие наибольшей восточной и западной элонгации, то — 3 балла за этот пункт.

Правильно вычислено время, за которое Венера совершает один оборот вокруг Солнца (сидерический период), — 0,5 балла.

Правильно вычислено время, через которое конфигурация расположения планет повторяется (синодический период), — 1,5 балла.

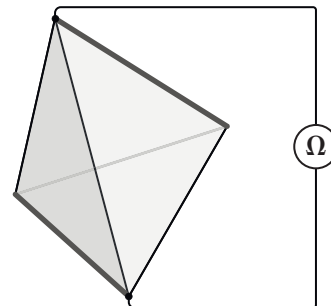
Указывается, что период времени между днями, в которые Венера наблюдается в максимальной элонгации, пропорционален длине дуги орбиты в системе отсчета, вращающейся вместе с Землёй вокруг Солнца (даже если дуга выбрана неверно), — 1 балл.

Баллы за перечисленные пункты суммируются.

## 3. Тетраэдр (8 баллов)

Варламов С. Д.

Правильный тетраэдр сделан из непроводящего материала. Его поверхность покрыта тонкой фольгой толщины  $h$ , много меньшей размеров рёбер. Удельное сопротивление материала фольги равно  $\rho$ .



К двум не соприкасающимся рёбрам вдоль всей их длины припаяли медные проволочки пренебрежимо малого сопротивления (линии увеличенной толщины на рис. выше), к которым подключили омметр. Какую величину сопротивления показывает прибор?

Ответ:  $R = \rho \frac{h}{2da} = \frac{\rho\sqrt{3}}{4d}$ .

### Критерии

По всей видимости, основная сложность задачи состоит в том, чтобы придумать такое преобразование исходной конфигурации проводящих тре-

угольников, чтобы можно было сделать вычисления, поэтому продвижение в этой части решения следует поощрять.

Правильный ответ, подкреплённый непротиворечивыми, доказательными рассуждениями, оценивается полным баллом, даже если решение отличается от авторского. Если с физической точки зрения рассуждения полностью верные, но правильный ответ не получен из-за вычислительных ошибок (или из-за незнания геометрических формул) — 6 баллов. Если с физической точки зрения рассуждения верные, но правильный ответ не получен из-за ошибки в физической формуле — 5 баллов.

Достигнуто некоторое продвижение в преобразовании схемы, но до вида, позволяющего сделать расчёт, не доведено — 2 балла.

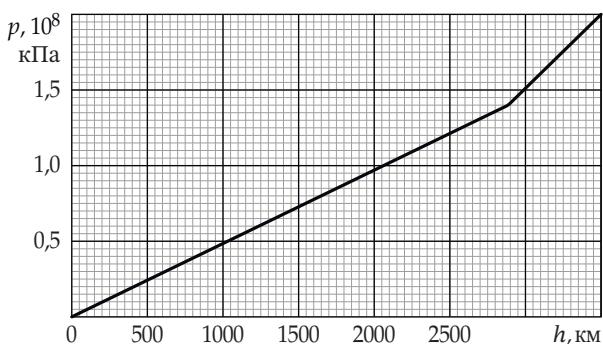
Записана формула  $R = \rho \frac{L}{S}$ , но больше ничего нет — 1 балл.

В остальных случаях решение оценивается на усмотрение проверяющего, при этом предлагается в первую очередь обращать внимание на «идейную составляющую».

#### 4. Плотность мантии (6 баллов)

Бычков А. И., Крюков П. А.

По существующим представлениям о строении Земли под слоем земной коры небольшой толщины находится мантия, состоящая из силикатных пород и простирающаяся примерно до глубины 2900 км, мантия окружает жидкое внешнее ядро. С небольших глубин из-за высоких давлений твёрдое вещество мантии начинает проявлять пластические свойства, поэтому при расчётах можно считать его жидким. На основе анализа данных о скоростях распространения сейсмических волн возникли модельные представления о распределении давления внутри Земли. В первом приближении график зависимости давления  $p$  от глубины  $h$  (при  $h \lesssim 3500$  км) состоит из двух линейных участков (рис. ниже), при этом гравитационная сила, действующая на тело массой  $m$  со стороны Земли на глубинах до 3000 км, определяется по той же формуле, что и на поверхности:  $F = mg$ . Можно считать, что ускорение свободного падения равно  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .



Изобразите графически зависимость плотности вещества Земли от глубины, соответствующую участку прямой пропорциональности на графике давления. На сколько изменяется плотность в точке излома графика давления?

Ответ:  $\rho = 4830 \text{ кг/м}^3 \pm 50 \text{ кг/м}^3$ ;  $\Delta\rho = 5200 \text{ кг/м}^3 \pm 100 \text{ кг/м}^3$ .

#### Критерии

Правильные ответы, подкреплённые непротиворечивыми, доказательными рассуждениями, оцениваются полным баллом, даже если решение отличается от авторского. Промежуточные результаты, полученные в процессе решения, предлагается оценивать по схеме, изложенной ниже.

Аргументированно получена связь плотности вещества Земли с коэффициентом наклона линейного участка зависимости — 2 балла.

Изображён правильный график зависимости плотности вещества Земли от глубины, соответствующий участку прямой пропорциональности на графике давления, — 2 балла. Если график не построен, но указано, что плотность постоянна, и выписан числовой ответ, который попадает в диапазон  $4830 \text{ кг/м}^3 \pm 50 \text{ кг/м}^3$  — 2 балла.

Найдена величина скачка плотности вещества Земли на глубине 2900 км — 2 балла.

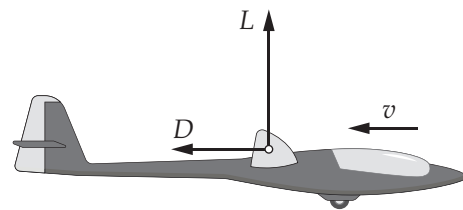
Ошибки в вычислениях при условии, что принципиально сделано правильно, приводят к снижению баллов за соответствующий пункт на 50 %.

#### 5. Планирование (9 баллов)

Крюков П. А.

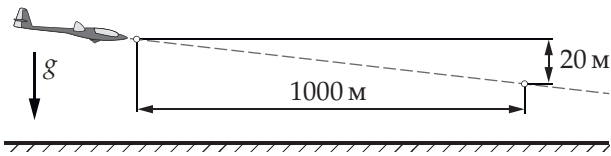
На крыло летательного аппарата со стороны набегающего на него потока воздуха, движущегося со скоростью  $v$  (относительно крыла), действуют силы, зависящие от скорости  $v$ : подъёмная сила  $L(v)$ , ортогональная скорости, и сила сопротивления  $D(v)$ , сонаправленная скорости (см. рисунок).

Отношение  $K(v) = \frac{L(v)}{D(v)}$  называется *аэродинамическим качеством*. В этой задаче рассматривается полёт планера (безмоторного летательного аппарата), для которого аэродинамическое качество можно считать постоянным, не зависящим от направления и величины скорости  $v$ .



Известно, что в неподвижном (относительно земли) воздухе, планер может лететь, снижаясь, с постоянной скоростью, так что уменьшение высо-

ты будет составлять 20 метров на каждый километр перемещения по горизонтали (рис. ниже).



Тот же планер может лететь не снижаясь со скоростью  $w = 20$  м/с относительно земли во встречном восходящем потоке воздуха, скорость которого относительно земли равна  $u = 5$  м/с и направлена под малым углом  $\alpha$  к горизонтали (см. Указание ниже). Найдите значение угла  $\alpha$ .

Ответ:  $\alpha = \frac{u+w}{u} \cdot \varphi = 0,1$  рад.

### Критерии

Правильный и обоснованный ответ оценивается полным баллом, даже если решение отличается от авторского. Верное с физической точки зрения решение, не приводящие к правильному ответу вследствие допущенных вычислительных ошибок — 6 баллов. Промежуточные результаты, полученные в процессе решения, предлагается оценивать по схеме, изложенной ниже.

Найдено аэродинамическое качество или обратная величина — 2 балла.

Указывается, что при горизонтальном планировании в восходящем потоке и снижении с постоянной скоростью на планер действуют одинаковые силы, — 2 балла.

Получен «треугольник скоростей» для случая горизонтального полёта или алгебраические соотношения, дающие возможность получить верный ответ — 2 балла.

Баллы за перечисленные пункты суммируются.