



Условия задач, ответы и критерии оценивания

1. Модель слинки (10 баллов)

Фольклор

Несколько $(2N + 1)$ одинаковых маленьких шариков соединены одинаковыми невесомыми пружинками в цепочку (см. рисунок, $N = 3$). Пусть длина одной пружинки в недеформированном состоянии равна нулю, диаметр шарика пренебрежимо мал, а $N \gg 1$, тогда такая модельная конфигурация неплохо описывает некоторые свойства успокаивающей игрушки-пружины «сlinky».

Известно, что если цепочка шариков с пружинками ($N \gg 1$) располагается на гладкой горизонтальной поверхности, один из крайних шариков удерживается, а на другой крайний шарик действует горизонтальная сила, равная силе тяжести цепочки, то длина цепочки оказывается равна L_0 . Здесь и далее речь идёт о статическом состоянии цепочки, при котором все шарики цепочки не движутся.



А. (4 балла) Чему будет равна длина цепочки, если её подвесить к потолку за один из концов?

В. (6 баллов) На каком расстоянии от потолка будет располагаться нижняя точка цепочки, если оба её конца закрепить на потолке на расстоянии D друг от друга? Какую форму примет цепочка? Назовите вид кривой.

Ответ: А) $L_A = \frac{L_0}{2}$; В) $L_B = \frac{L_0}{8}$, парабола.

Критерии

Верные ответы на все вопросы задачи (расстояния и вид кривой) оцениваются полным баллом при любом способе решения, даже если отсутствуют пояснения, комментирующие эти ответы.

Ответы на вопросы части В оцениваются из расчёта 5 баллов за определение расстояния и 1 балл за то, что назван вид кривой.

Если решение с физической точки зрения абсолютно верное, но верные ответы (или ответ) не получены, вследствие вычислительных ошибок, то подобный ответ на вопрос части А даёт оценку 2,5 балла, а в части В подобный ответ на вопрос о расстоянии даёт оценку 3,5 балла.

Если ответы не найдены или решение содержит принципиальные ошибки, то промежуточные результаты, полученные в процессе решения, оцениваются следующим образом.

Получено соотношение $L_0 = \frac{mg}{k} \cdot 2N(2N + 1)$ или аналогичное — 0,5 балла.

Верная запись условия равновесия при ответе на вопрос части А — 0,5 балла.

Получена формула для растяжения n -й пружины $\delta x_n = \frac{mg}{k} \cdot n$ или аналогичная — 1 балл.

Верная запись условий равновесия при ответе на вопрос части В — 1 балл.

Получено соотношение $x_n = \frac{D}{2N} \cdot n$, или как-то иначе обозначается тот факт, что в конфигурации части В шарики располагаются на равных расстояниях по горизонтали друг от друга — 1 балл.

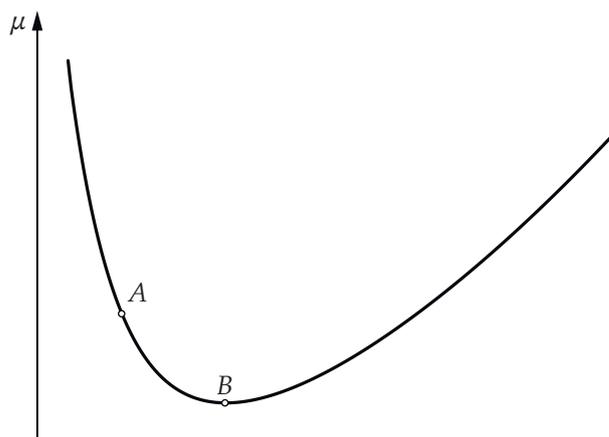
Указывается, что в части В проекции на ось OY растяжений пружин образуют арифметическую прогрессию — 1 балл.

Баллы, выставленные за промежуточные результаты, суммируются.

2. КПД автомобиля (7 баллов)

Бычков А. И., Крюков П. А.

На рисунке, приведённом ниже (увеличенный вариант на дополнительном листе), вы видите фрагмент модельной зависимости расхода топлива μ (измеряемого в единицах объёма на единицу пройденного пути) некоторого особого автомобиля с двигателем внутреннего сгорания от квадрата его скорости. Расположение оси абсцисс (по которой откладывается величина v^2) неизвестно. Известно только, что она перпендикулярна оси ординат и направлена вправо по рисунку. Масштаб по оси ординат неизвестен, известно только её расположение.



КПД автомобиля, движущегося с некоторой постоянной скоростью, соответствующей t . А на графике, равен 6 %, а КПД автомобиля, движущегося с другой скоростью, соответствующей точке В, равен 18 %. Определите максимально возможный КПД автомобиля в диапазоне скоростей, для которых построен график.

Можно считать, что сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату скорости автомобиля и направлена против скорости, трение качения пренебрежимо мало, колёса автомобиля по дороге не проскальзывают. Коэффициентом полезного действия в этой задаче мы называем долю энергии сгоревшего топлива (в процентах), которая расходуется на поддержание постоянной скорости автомобиля при движении по горизонтальной дороге.

Ответ: $\eta_{\max} = (25,0 \pm 1,2) \%$.

Критерии

В этой задаче принципиальным является числовое значение ответа.

Ответ для максимального КПД, попадающий в диапазон $(25,0 \pm 1,2) \%$, оценивается полным баллом вне зависимости от того, каким образом он получен, и как прокомментирован.

Если решение с физической точки зрения правильное, но верный ответ не получен, вследствие вычислительных ошибок или грубости (неаккуратности, нерациональности) построения, то такое решение даёт оценку — 5 баллов.

Если указан верный способ построения, но само построение не реализовано и ответ не найден, то — 4 балла.

Если получена формула для КПД $\eta = \frac{k}{q} \cdot \frac{v^2}{\mu}$ или аналогичная, но больше ничего не сделано, то такое решение даёт оценку 1,5 балла.

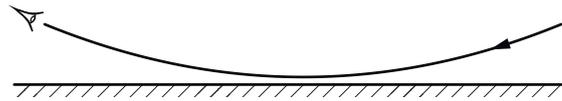
Если указывается, что линии постоянного КПД — это прямые, проходящие через начало координат, а касательная соответствует максимальному КПД, но построения нет и способы построения не предлагаются, то такое решение даёт оценку 2,5 балла.

3. Модель миража (9 баллов)

Крюков П. А., Бычков А. И.

Нижний мираж — это оптическое явление в атмосфере, при котором мнимое изображение неба и облаков наблюдается ниже поверхности земли, как-бы отражаясь от расположенного на горизонтальной поверхности зеркала. Например, в солнечный день нагретая поверхность горизонтальной асфальтовой дороги на некотором расстоянии от наблюдателя может казаться покрытой лужами (в которых отражается небо и окружающий пейзаж), тогда как на самом деле дорога сухая. Это явление объясняется искривлением световых лучей в неравномерно нагретом воздухе вблизи дороги. В этой задаче можно считать, что вблизи поверх-

ности асфальта лучи распространяются по дугам парабол, как показано на рисунке ниже.



Предполагая, что отклонение показателя преломления воздуха n от единицы на высоте h над дорогой пропорционально концентрации воздуха $N(h)$ на этой высоте: $n(h) - 1 \propto N(h)$, определите, на каком расстоянии от себя наблюдатель видит область «мокрого» асфальта.

В этой задаче предлагается считать, что температура воздуха уменьшается линейно с высотой от 50°C у поверхности дороги до 20°C на высоте 2 м. Глаза наблюдателя находятся на высоте 1,7 м. При температуре 20°C показатель преломления воздуха отличается от единицы на величину $\Delta n = 4 \cdot 10^{-4}$.

Ответ: $L = (215 \pm 10) \text{ м}$.

Критерии

Верный ответ на вопрос задачи оценивается полным баллом при любом способе решения, даже если отсутствуют пояснения, комментирующие этот ответ. Верным считается ответ, попадающий в диапазон $(215 \pm 10) \text{ м}$.

Если полученный ответ не попадает в указанный диапазон, вследствие грубости вычислений, то такой ответ даёт оценку — 7 баллов.

Если решение правильное с физической точки зрения, но верный ответ не получен вследствие вычислительных ошибок, то такое решение оценивается в 6 баллов.

Если получен ответ в два раза больше верного (найдено расстояние от человека до вершины параболы), то такой ответ даёт оценку — 6 баллов.

Если верный ответ не получен или решение содержит принципиальные ошибки, то промежуточные результаты, полученные в процессе решения, оцениваются следующим образом.

Получено соотношение $n(y) \cos \alpha(y) = n(0)$, следующее из закона преломления, или аналогичное — 1 балл.

Тем или иным образом указывается, что отклонение показателя преломления от единицы обратно пропорционально абсолютной температуре — 1 балл.

Получена формула $L = H \operatorname{ctg} \alpha$, связывающая высоту H , на которой находятся глаза человека, и расстояние L от человека до области «мокрого асфальта», — 2 балла.

Баллы, выставленные за промежуточные результаты, суммируются.

4. Сжатие, расширение (7 баллов)

Крюков П. А.

В вертикальном цилиндре, закрытом поршнем, находится некоторое количество идеального газа, молярная теплоёмкость которого при постоянном объёме c_V в условиях этой задачи равна $\frac{5R}{2}$. Конструктивные особенности цилиндра таковы, что поршень может удерживаться неподвижно специальными защёлками в двух положениях 1 и 2, при этом в положении 1 объём газа под поршнем на 1 % больше, чем в положении 2.

Сначала поршень находится в положении 1, температура газа в цилиндре равна температуре окружающей среды. Поршень быстро (так что теплообмен с окружающей средой не успевает произойти) сдвигают в положение 2, в котором поршень фиксируется защёлками. После этого в течение некоторого времени происходит выравнивание температур газа и окружающей среды, а по окончании этого процесса поршень также быстро, как при сжатии газа, возвращается в положение 1, в котором он опять фиксируется защёлками, после чего некоторое время происходит теплообмен с окружающей средой и выравнивание температур. В итоге газ под поршнем возвращается в исходное состояние: его температура и объём становятся такие же, как в начале процесса.

Эта последовательность (иначе говоря, цикл) процессов, которые предлагается считать квазистатическими, повторяется многократно. Температуру окружающей среды можно считать почти постоянной в течение одного цикла.

А. (3 балла) Охладится или нагреется воздух, окружающий цилиндр, после многократного повторения описанного цикла?

В. (4 балла) Для одного цикла определите отношение абсолютной величины работы, совершённой газом, к количеству теплоты, которое газ отдаёт окружающей среде на участке охлаждения.

Указание. Для малых изменений параметров идеального газа (T, p, V) из уравнения состояния следует формула:

$$\nu R \Delta T = V \Delta p + p \Delta V,$$

где ν — количество вещества, а R — универсальная газовая постоянная.

Ответ: А) Воздух, окружающий цилиндр, нагреется; В) $\frac{A}{Q} = (4,0 \pm 0,2) \cdot 10^{-3}$.

Критерии

Оценивать решения предлагается на основе распределения баллов, данного в условии, с учётом следующих дополнительных соображений.

Оценка за верный ответ на вопрос части А не снижается, даже если данное участником объяснение короткое или его вообще нет. Оценка снижается и составляет *1 балл*, если при наличии верного ответа в части А приведённое участником объяснение противоречивое или содержит взаимно исключающие утверждения. Если из рассуждений участника следует, что он считает систему (цилиндр + окружающий воздух) замкнутой, при этом внешние силы, совершающие работу по перемещению поршня, считаются внутренними для этой системы и на основании закона сохранения энергии делается вывод о неизменности температуры, то такой ответ на вопрос части А даёт оценку — *2 балла*.

Промежуточные результаты, полученные в процессе ответа на вопрос части В, оцениваются следующим образом.

Указывается, что работа газа за цикл численно равна площади, ограничиваемой графиком цикла на pV -диаграмме, — *0,5 балла*.

Предлагается рассчитать работу, как площадь параллелограмма, получена формула $A = |\Delta p_V \Delta V|$ или аналогичная, либо работа вычислена иначе (например, произведено интегрирование) — *1,5 балла*.

Получена формула $Q = \frac{5}{2} V |\Delta p_V|$ или аналогичная для отданного газом количества теплоты на участке изохорного нагревания — *1 балл*.

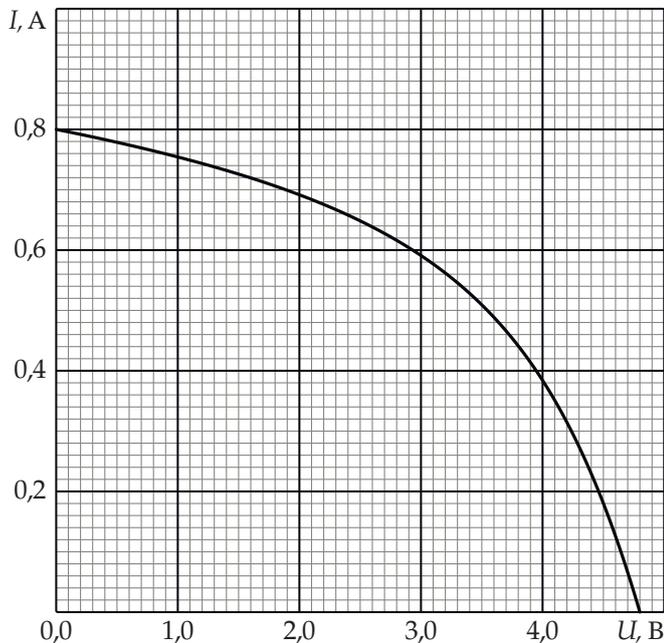
Получен верный ответ на вопрос части В, попадающий в диапазон $(4,0 \pm 0,2) \cdot 10^{-3}$, — *1 балл*.

Баллы, выставленные за промежуточные результаты, суммируются.

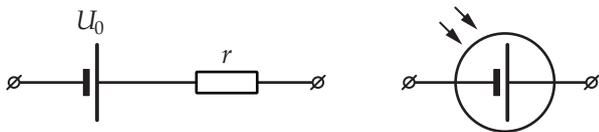
5. Источники (8 баллов)

Крюков П. А.

На графике, приведённом ниже, можно видеть вольт-амперную характеристику специального источника напряжения — зависимость силы тока I через этот источник от разности потенциалов U положительного и отрицательного полюсов.



ВАХ источника, изображённая на графике, похожа на ВАХ солнечной батареи, поэтому далее мы называем этот источник солнечным, а на схеме ниже обозначаем его батарейкой в круге. Другой источник напряжения (далее называем его обычным) состоит из идеальной батарейки с напряжением $U_0 = 2,4$ В между выводами и резистора сопротивлением $r = 3$ Ом, как показано на рисунке слева.



Солнечный и обычный источники можно соединить параллельно или последовательно (разными способами), тогда получится новый источник напряжения. Чему равен ток короткого замыкания этого нового источника? Если к нему подключить резистор сопротивлением $R = 1$ кОм, то чему будет равно напряжение на этом резисторе? Рассмотрите все возможные случаи.

Ответ: $I_{\text{пос}}^{(1)} = (0,425 \pm 0,015)$ А, $I_{\text{пос}}^{(2)} = 0,8$ А,
 $I_{\text{пар}}^{(1)} = 1,6$ А, $I_{\text{пар}}^{(2)} = 0$; $U_{\text{пос}}^{(1)} = 2,4$ В, $U_{\text{пос}}^{(2)} = 7,2$ В,
 $U_{\text{пар}}^{(1)} = (3,75 \pm 0,15)$ В, $U_{\text{пар}}^{(2)} = 0$.

Критерии

Каждое верно найденное значение для тока или напряжения оценивается 1 баллом вне зависимости от способа решения, даже если отсутствуют комментарии или пояснения. Для значений, которые определяются по точке пересечения графиков, верными считаются значения, попадающие в диапазоны, указанные в ответе.