

МОСКОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО ФИЗИКЕ 2015–2016 уч. г.
НУЛЕВОЙ ТУР, ЗАОЧНОЕ ЗАДАНИЕ. 11 КЛАСС

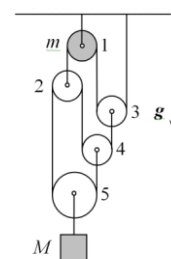
В прилагаемом файле приведено ноябрьское заочное задание для 11-го класса. Подготовьте несколько листов в клетку, на которых от руки напишите развёрнутые решения прилагаемых задач. Сфотографируйте страницы с Вашими решениями так, чтобы текст был чётко виден. Создайте архив фотографий с решениями и прикрепите к заданию. Развёрнутые решения задач оцениваются максимально в 30 баллов (по 6 баллов за полное правильное решение каждой задачи).

ЗАДАЧИ С РАЗВЁРНУТЫМ ОТВЕТОМ

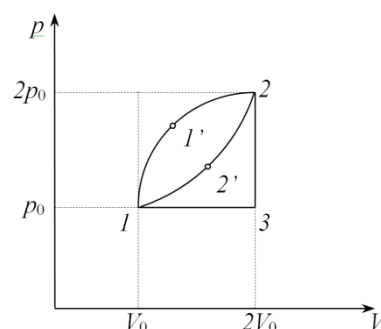
Развёрнутое решение задачи включает в себя законы и формулы, применение которых необходимо и достаточно для её решения, а также математические преобразования, приводящие к решению в общем виде и расчёты с численным ответом и единицами измерения.

Задача 1. Закреплённая пушка, установленная на горизонтальной поверхности земли, стреляет под углом α к горизонту, причём снаряды вылетают из пушки с начальной скоростью v_0 . После первого выстрела снаряд упал на расстоянии L от пушки. Вторым выстрел оказался неудачным, и на некоторой высоте снаряд разорвался на два осколка массами m и $2m$. Первый, легкий осколок, упал на землю на расстоянии $\frac{L}{2}$ от пушки, а второй осколок в момент падения первого осколка находился строго над ним. Определите расстояние s между осколками к моменту падения на землю первого осколка. Получите ответ в общем виде и в частном случае: $\alpha = 60^\circ$, $v_0 = 80$ м/с, $m = 5$ кг, $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Задача 2. Найдите величины и направления ускорений осей всех блоков, изображённых на рисунке. Массы бруска и верхнего блока равны соответственно M и m . Остальные блоки невесомы, нить также невесома и нерастяжима. Трение в осях блоков пренебрежимо мало. Нити по блокам не проскальзывают, не лежащие на блоках участки нитей вертикальны. В начальный момент система покоилась.



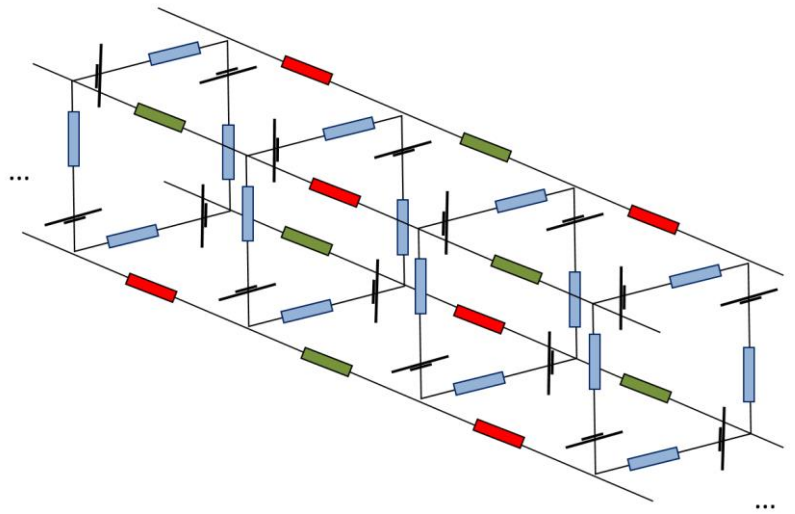
Задача 3. А) Определите КПД η циклического процесса $11'231$, который совершается с одноатомным идеальным газом. pV -диаграмма цикла изображена на рисунке. Кривая $11'2$ на диаграмме – четверть дуги окружности (при соответствующем выборе масштабов). Объём газа в цикле меняется в диапазоне от V_0 до $2V_0$, давление меняется в диапазоне от p_0 до $2p_0$. Минимальная температура газа равна $T_0 = 120$ К, а количество вещества составляет $\nu = 1$ моль. Универсальная газовая



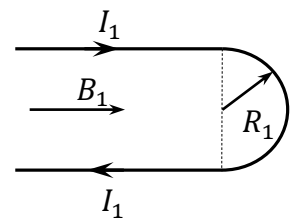
постоянная $R = 8,3 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$.

Б) Разделим данный цикл некоторой дугой $I2'2$ так, как показано на рисунке. КПД цикла $I2'231$ равен η_1 . Определите КПД цикла $I1'22'1$.

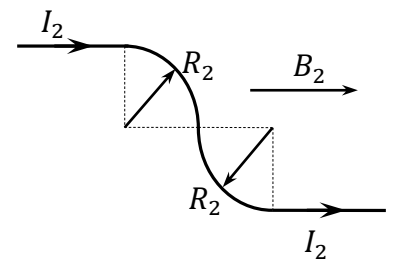
Задача 4. Имеется цепочка, которая состоит из 2015 проволочных кубов, содержащих одинаковые источники напряжения с внутренними сопротивлениями r и внешние нагрузки R_1 (синие), R_2 (красные) и R_3 (зелёные), соединённых так, как показано на рисунке. При каком значении сопротивления R_1 на внешних нагрузках будет выделяться максимальная суммарная мощность (значения R_2 и R_3 красных и зелёных резисторов известны)? Получите ответ в общем виде и в частном случае $\varepsilon = 2 \text{ В}$, $r = 1 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 3 \text{ Ом}$. Изобразите график зависимости мощности, выделяющейся на синем резисторе, от его сопротивления $P_c(R_1)$.



Задача 5. А) Проводник с током I_1 , состоящий из двух параллельных участков, соединённых проволочной полуокружностью радиусом R_1 , помещён в однородное магнитное поле индукцией B_1 , направленное вдоль параллельных участков провода (см. рис.). Определите модуль силы, с которой магнитное поле действует на этот провод с током.



Б) Решите задачу в случае, когда провод состоит из двух параллельных участков, которые соединены двумя проволочными четвертями окружностей радиусом $R_2 = 10 \text{ см}$, как показано на рисунке. Ток в проводе $I_2 = 30 \text{ А}$, вектор индукции однородного магнитного поля $B_2 = 1 \text{ Тл}$ направлен вдоль параллельных участков провода.



ЗАДАНИЯ С КРАТКИМ ОТВЕТОМ

Ответы на задания из данного раздела вносить в таблицу типа

| № задания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|----------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Вариант ответа | | | | | | | | | |

Задание 1 (по условию задачи 1).

Чему равна горизонтальная составляющая скорости первого осколка к моменту его падения? Ответ представьте в м/с и округлите до десятых. Единицы измерений указывать не нужно. Правильный ответ оценивается в 2 балла.

Задание 2 (по условию задачи 1).

Чему равна горизонтальная составляющая скорости второго осколка после разрыва снаряда? Ответ представьте в м/с и округлите до десятых. Единицы измерений указывать не нужно. Правильный ответ оценивается в 2 балла.

Задание 3 (по условию задачи 2).

В какую сторону вращается 3 блок? Правильный ответ оценивается в 2 балла.

- а) Не вращается;
- б) по часовой стрелке;
- в) против часовой стрелки.

Задание 4 (по условию задачи 2).

В какую сторону вращается 4 блок? Правильный ответ оценивается в 2 балла.

- а) Не вращается;
- б) по часовой стрелке;
- в) против часовой стрелки.

Задание 5 (по условию задачи 3А).

Чему равна работа, совершённая газом за цикл $11'231$? Ответ представьте в килоджоулях и округлите до сотых. Правильный ответ оценивается в 2 балла.

Задание 6 (по условию задачи 3А).

Какое количество теплоты отдавал газ в процессе 231 ? Ответ представьте в килоджоулях и округлите до десятых. Правильный ответ оценивается в 2 балла.

Задание 7 (по условию задачи 4).

Чему равна суммарная мощность, выделяющаяся на нагрузках в одном квадратном контуре (в который входят 4 источника и 4 синих резистора)? Ответ выразите в ваттах и округлите до целого числа. Правильный ответ оценивается в 4 балла.

Задание 8 (по условию задачи 5А).

Куда направлена сила, с которой магнитное поле действует на провод с током? Правильный ответ оценивается в 2 балла.

- а) Вправо;
- б) влево;
- в) вверх;
- г) вниз;
- д) перпендикулярно плоскости рисунка от нас;
- е) перпендикулярно плоскости рисунка на нас.

Задание 9 (по условию задачи 5Б).

Чему равен модуль силы, с которой магнитное поле действует на провод с током? Ответ выразите в Ньютонах и округлите до целого числа. Правильный ответ оценивается в 2 балла.

Автор: Бычков А.И.

Заочное задание (ноябрь) состоит из пяти задач. За решение каждой задачи участник получает до 4 баллов по результатам автоматической проверки ответов и до 6 баллов на основании проверки развёрнутого ответа. Всего участник может получить до 50 баллов.

Задача 1. Закреплённая пушка, установленная на горизонтальной поверхности земли, стреляет под углом α к горизонту, причём снаряды вылетают из пушки с начальной скоростью v_0 . После первого выстрела снаряд упал на расстоянии L от пушки. Второй выстрел оказался неудачным, и на некоторой высоте снаряд разорвался на два осколка массами m и $2m$. Первый, легкий осколок, упал на землю на расстоянии $\frac{L}{2}$ от пушки, а второй осколок в момент падения первого осколка находился строго над ним. Определите расстояние s между осколками к моменту падения на землю первого осколка. Получите ответ в виде общих формул и в частном случае: $\alpha = 60^\circ$, $v_0 = 80$ м/с, $m = 5$ кг, $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Возможное решение. Центр масс двух осколков "полетит" по той же параболической траектории, по которой двигался снаряд при первом выстреле: его ускорение по теореме о движении центра масс определяется суммой всех сил тяжести, приложенных к осколкам, и общей их массой, т. е. тем же уравнением, что и движение целого снаряда. Как только первый осколок ударится о землю к внешним силам – силам тяжести – добавится сила реакции земли, и движение центра масс исказится. Но в нашем случае необходимо найти расстояние s между двумя осколками к моменту падения первого осколка, когда второй находился строго над ним, а это означает, что осколки и центр масс будут лежать на одной вертикали. К этому моменту центр масс системы находится на расстоянии $\frac{L}{2}$ от пушки и на высоте $H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = 240$ м. Значит, расстояние между двумя осколками к моменту падения первого осколка равно: $s = \frac{3}{2}H = \frac{3}{2} \cdot \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = 360$ (м).

Так как второй осколок к моменту падения первого находился строго над ним, следовательно, горизонтальные составляющие скорости осколков после разрыва снаряда равны: $v_0 \cos \alpha = 40$ м/с.

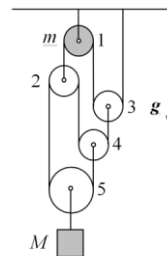
Ответ: в общем виде – $s = \frac{3}{4} \cdot \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g}$, $v_{1x} = v_{2x} = v_0 \cos \alpha$, в частном случае – $s = 360$ (м), $v_{1x} = v_{2x} = 40$ (м/с).

Критерии оценок развёрнутого решения. За полное решение задачи участник получает 6 баллов. За решение, доведённое до правильного ответа, но с недочётами в доказательстве участник получает 4 балла. Если участник не довёл решение до

правильного ответа, он может получить до 2 *утешительных баллов* по следующим основаниям: правильное использование формул для криволинейного равноускоренного движения в поле тяжести земли; правильное использование закона сохранения импульса.

Критерии оценок (автоматическая проверка ответов). За правильные ответы на вопросы о горизонтальной составляющей скорости осколков к моменту падения первого осколка участник получает по 2 *балла*.

Задача 2. Найдите величины и направления ускорений осей всех блоков, изображённых на рисунке. Массы бруска и верхнего блока равны соответственно M и m . Остальные блоки невесома, нить также невесома и нерастяжима. Трение в осях блоков пренебрежимо мало. Нити по блокам не проскальзывают, не лежащие на блоках участки нитей вертикальны. В начальный момент система покоилась.



Возможное решение. Поскольку блок 4 невесом, сила натяжения нижней нити (прикреплённой к оси блока 5) равна нулю, и $a_5 = g$. Из невесомости блоков 2 и 3 следует равенство нулю силы натяжения также и верхней нити, перекинутой через блоки 1 и 3. Стало быть, массивный блок 1 вращаться не будет, и положения блоков 2 и 3 будут неизменными. Блок 3, очевидно, вращаться тоже не будет. Для определения ускорения оси блока 4 и направлений вращения блоков 2, 4 и 5, выразим длину l нити, перекинутой через блоки 2, 4 и 5, через координаты соответствующих блоков:

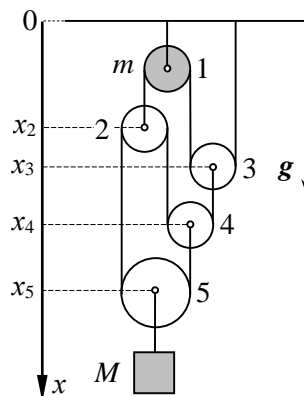
$$l = x_4 - x_3 + x_4 - x_2 + x_5 - x_2 + x_5 - x_4 + \delta = -2x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 + \delta,$$

где δ — сумма длин полуокружностей блоков 2, 4 и 5, а x_2 и x_3 постоянны. Дважды дифференцируя это равенство по времени, получим:

$$\ddot{x}_4 + 2\ddot{x}_5 = 0,$$

откуда

$$\ddot{x}_4 = -2\ddot{x}_5 = -2g.$$

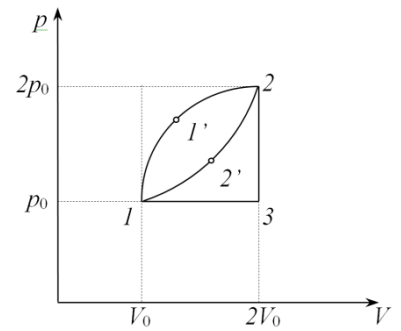


Ответ: $a_1 = a_2 = a_3 = 0$, $a_5 = g$, $a_4 = -2g$, $\omega_1 = \omega_3 = 0$, ω_4 — вращаются по часовой, ω_2 и ω_5 — против.

Критерии оценок развёрнутого решения. За полное решение задачи участник получает 6 *баллов*. За доказательство равенств нулю натяжения нижней и верхней нити — 2 *балла* (по баллу за каждое равенство). За правильное использование 2 закона Ньютона для тел системы — 2 *балла*. За уравнение кинематической связи для ускорений — 2 *балла*.

Критерии оценок (автоматическая проверка ответов). За правильные ответы на вопросы о направлении вращения блоков участник получает по 2 *балла*.

Задача 3. А) Определите КПД η циклического процесса $11'231$, который совершается с одноатомным идеальным газом. pV -диаграмма цикла изображена на рисунке. Кривая $11'2$ на диаграмме – четверть дуги окружности (при соответствующем выборе масштабов). Объём газа в цикле меняется в диапазоне от V_0 до $2V_0$, давление меняется в диапазоне от p_0 до $2p_0$. Минимальная температура газа равна $T_0 = 120$ К, а количество вещества составляет $\nu = 1$ моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль·К).



Б) Разделим данный цикл некоторой дугой $12'2$ так, как показано на рисунке. КПД цикла $12'231$ равен η_1 . Определите КПД цикла $11'22'1$.

Возможное решение. А) Площадь прямоугольника, в который вписан данный цикл, соответствует работе p_0V_0 (при данном выборе масштабов этот прямоугольник выглядит как квадрат). Работа, которую совершил газ за цикл $11'231$ во столько раз меньше p_0V_0 , во сколько раз площадь четверти круга меньше площади квадрата. Поэтому:

$$A = p_0V_0 \left(\frac{\frac{1}{4}\pi R^2}{R^2} \right) = \frac{1}{4} \pi p_0V_0 = \frac{1}{4} \pi \nu RT_0 \cong 0,78 \text{ кДж.}$$

КПД цикла $11'231$ посчитаем по формуле: $\eta = \frac{A}{A+|Q_-|}$. Газ отдавал теплоту в процессе 231 . По первому началу термодинамики:

$$|Q_-| = \frac{c_v}{R} (4p_0V_0 - 2p_0V_0) + \frac{c_p}{R} (2p_0V_0 - p_0V_0) = p_0V_0 \left(2 \cdot \frac{3}{2} + \frac{5}{2} \right) = \frac{11}{2} p_0V_0 \cong 5,5 \text{ (кДж).}$$

Тогда:

$$\eta = \frac{A}{A+|Q_-|} = \frac{\frac{1}{4}\pi p_0V_0}{\frac{1}{4}\pi p_0V_0 + \frac{11}{2}p_0V_0} = \frac{\pi}{\pi+22} \cong 12,5\%.$$

Б) Из формулы для КПД следует: $|Q_-| = Q_+(1 - \eta)$.

Тогда для цикла $11'22'1$: $|Q_{22'1}| = Q_{11'2}(1 - \eta_2)$.

Для цикла $12'231$: $|Q_{231}| = Q_{12'2}(1 - \eta_1)$.

Для цикла $11'231$: $|Q_{231}| = Q_{11'2}(1 - \eta)$.

$$\text{Значит, } (1 - \eta_1)(1 - \eta_2) = (1 - \eta) \Rightarrow \eta_2 = \frac{\eta - \eta_1}{1 - \eta_1} = \frac{\frac{\pi}{\pi+22} - \eta_1}{1 - \eta_1}.$$

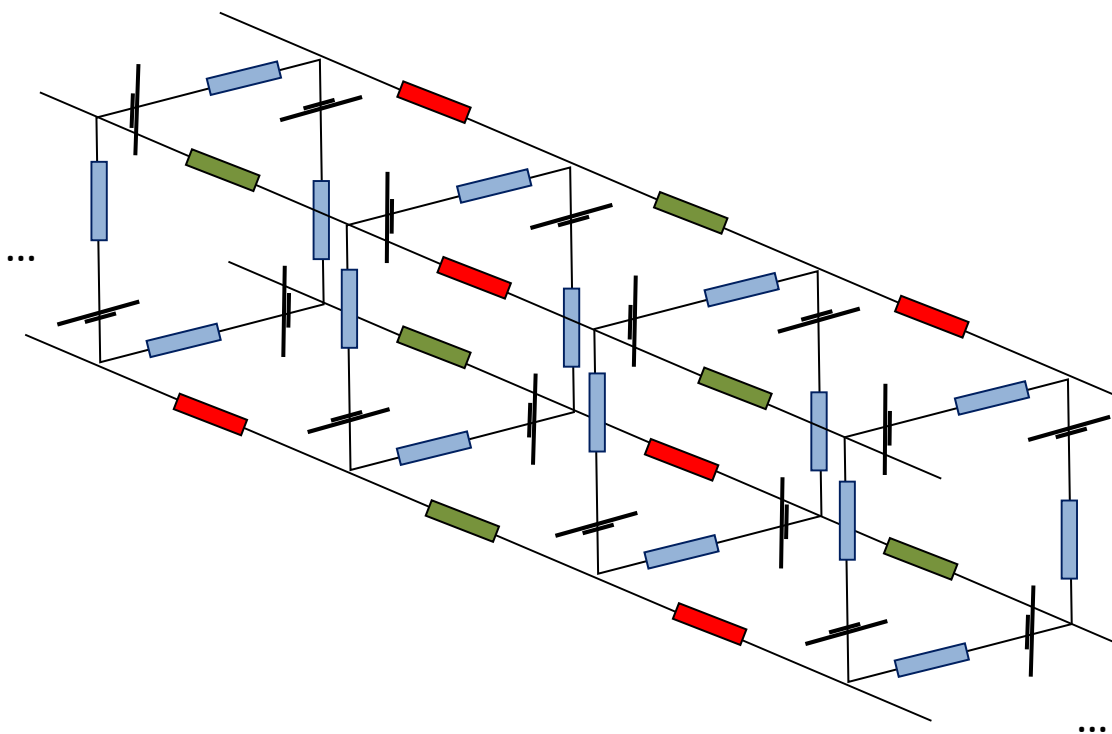
$$\text{Ответ: } \eta = \frac{\pi}{\pi+22}, A = \frac{1}{4} \pi p_0V_0, \eta_2 = \frac{\frac{\pi}{\pi+22} - \eta_1}{1 - \eta_1}.$$

Критерии оценок развёрнутого решения. За полное решение задачи участник получает 6 баллов. Посчитан КПД цикла ($11'231$) – 3 балла. Найден КПД цикла ($11'22'1$) – 3 балла. Если участник не довел решение до правильного ответа, он может получить до 2

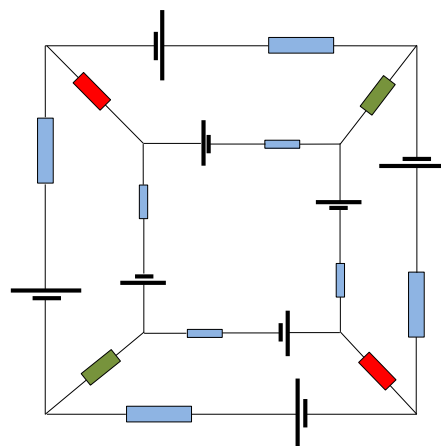
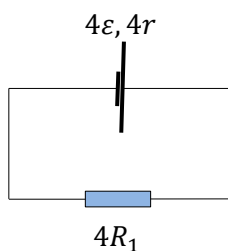
утешительных баллов по следующим основаниям: правильное использование формулы для КПД; правильное использование первого начала термодинамики и формул для работы, количества теплоты и внутренней энергии газа.

Критерии оценок (автоматическая проверка ответов). За правильные ответы на вопросы о работе за цикл и отданном количестве теплоты получает по 2 балла.

Задача 4. Имеется цепочка, которая состоит из 2015 проволочных кубов, содержащих одинаковые источники напряжения с внутренними сопротивлениями r и внешние нагрузки R_1 (синие), R_2 (красные) и R_3 (зелёные), соединённых так, как показано на рисунке. При каком значении сопротивления R_1 на внешних нагрузках будет выделяться максимальная суммарная мощность (значения R_2 и R_3 красных и зелёных резисторов известны)? Получите ответ в виде общей формулы и в частном случае $\varepsilon = 2$ В, $r = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 3$ Ом. Изобразите график зависимости мощности, выделяющейся на синем резисторе, от его сопротивления $P_c(R_1)$.

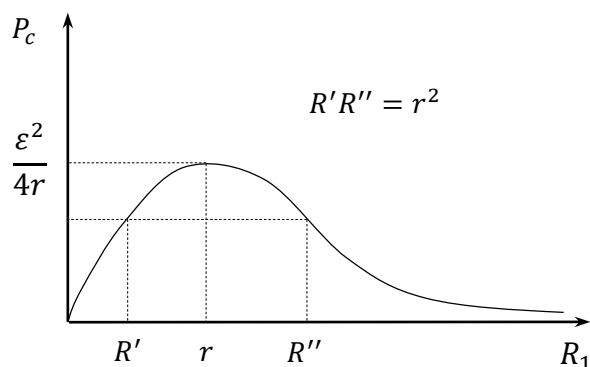


Возможное решение. Если рассмотреть два любых соседних контура (с источниками), которые соединены красными и зелёными нагрузками так, как показано на рисунке справа, то из симметрии следует, что по этим нагрузкам ток не течет. Следовательно, во всей цепочке ток через красные и зелёные нагрузки течь не будет. Значит, $P_k = P_3 = 0$ Вт. Остается рассмотреть схему, изображённую на левом рисунке. На нагрузке $4R_1$ выделяется мощность равная:



$$P_c = \left(\frac{\varepsilon}{r+R_1} \right)^2 R_1.$$

Если изучить функцию $P_c(R_1)$, то оказывается, что максимальное значение эта функция принимает при $r = R_1 = 1$ Ом. При этом на одном синем резисторе будет выделяться мощность равная $P_c = \frac{\varepsilon^2}{4R_1} = 1$ Вт. Качественно график $P_c(R_1)$ выглядит следующим образом:

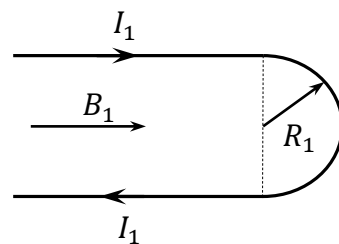


Ответ: в общем виде – $r = R_1$, $P_k = P_3 = 0$ Вт, $P_c = \frac{\varepsilon^2}{4R_1}$, в частном случае – $r = 1$ Ом, $P_c = \frac{\varepsilon^2}{4R_1} = 1$ Вт.

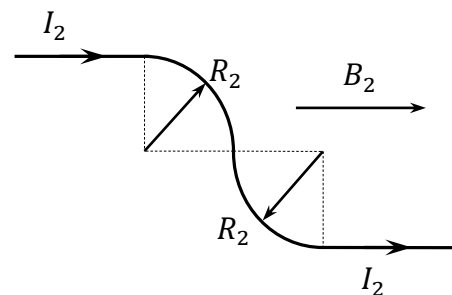
Критерии оценок развёрнутого решения. За полное решение задачи участник получает 6 баллов. За правильное обоснование того, что в бесконечной цепочке ток через красные и зелёные нагрузки течь не будет – 2 балла. Найдена зависимость $P_c(R_1)$ – 1 балл. Приведён качественный график $P_c(R_1)$ – 2 балла. Если обосновано, что максимальная суммарная мощность, которая выделяется на внешних нагрузках, достигается при равенстве R_1 и r , тогда участник получает 1 балл.

Критерии оценок (автоматическая проверка ответов). За правильный ответ на вопрос о суммарной мощности, выделяющейся на нагрузках в одном квадратном контуре, получает 4 балла.

Задача 5. А) Проводник с током I_1 , состоящий из двух параллельных участков, соединённых проволочной полуокружностью радиусом R_1 , помещён в однородное магнитное поле индукцией B_1 , направленное вдоль параллельных участков провода (см. рис.). Определите модуль силы, с которой магнитное поле действует на этот провод с током.



Б) Решите предыдущую задачу в случае, когда провод состоит из двух параллельных участков, которые соединены двумя проволочными четвертями окружностей радиусом $R_2 = 10$ см, как показано на рисунке. Ток в проводе $I_2 = 30$ А, вектор индукции однородного магнитного поля $B_2 = 1$ Тл направлен вдоль параллельных участков провода.



Возможное решение. А) На провода, параллельные вектору индукции магнитного поля \mathbf{B} , не действует сила Ампера. Разобьем проволочную полуокружность на элементы тока. На каждый элемент тока действует сила Ампера равная:

$$F_i = I[\Delta l_i \times \mathbf{B}].$$

Сила, действующая на весь проводник, равна векторной сумме сил, действующих на элементы тока:

$$\mathbf{F} = \sum_i \mathbf{F}_i = \sum_i I[\Delta l_i \times \mathbf{B}] = I \left[\sum_i \Delta l_i \times \mathbf{B} \right] = I[\Delta \mathbf{l} \times \mathbf{B}],$$

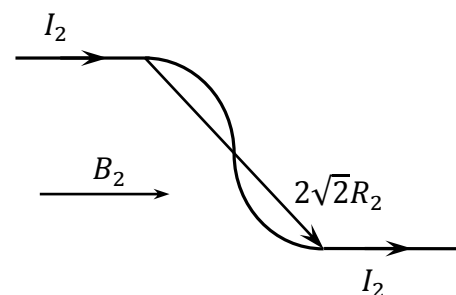
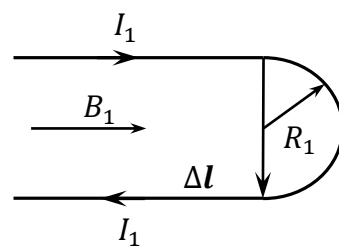
где $\Delta \mathbf{l}$ – вектор, соединяющий начальную и конечную точки проволочной полуокружности. Окончательно получаем:

$$F_1 = I_1 \cdot 2R_1 \cdot B_1 \cdot \sin \frac{\pi}{2} = 2I_1 R_1 B_1.$$

Б) Аналогично предыдущему пункту получаем (см. рис.):

$$F_2 = I_2 \cdot 2\sqrt{2}R_2 \cdot B_2 \cdot \sin \frac{\pi}{4} = 30 \cdot 2\sqrt{2} \cdot 0,1 \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 6 \text{ (Н)}.$$

Ответ: А) $F_1 = 2I_1 R_1 B_1$, Б) $F_2 = I_2 \cdot 2\sqrt{2}R_2 \cdot B_2 \cdot \sin \frac{\pi}{4} = 6 \text{ (Н)}$.



Критерии оценок развёрнутого решения. За полное решение задачи участник получает 6 баллов. За правильное обоснование того, что на провода, параллельные вектору индукции магнитного поля \mathbf{B} , не действует сила Ампера – 2 балла. Найдена сила в виде общей формулы в пункте А), с которой магнитное поле действует на провод с током – 2 балла. Найдена сила в виде общей формулы в пункте Б), с которой магнитное поле действует на провод с током – 2 балла.

Критерии оценок (автоматическая проверка ответов). За правильный ответ на вопрос о направлении силы, с которой магнитное поле действует на провод с током, в задаче 5А – 2 балла. За правильный численный ответ на вопрос о силе, с которой магнитное поле действует на провод с током, в задаче 5Б – 2 балла.