1-й отборочный тур

Короткие решения и ответы

1. Ускорение точки A в системе, движущейся со скоростью оси, и в лабораторной системе одинаковое. Оно равно $a_A = \omega^2 R$ и направлено горизонтально (ω — угловая скорость). Скорость точки A равна $v_A = \omega R\sqrt{2}$ и направлена под углом $\frac{\pi}{4}$ к горизонтали. Радиус кривизны траектории определяется из соотношения

$$r_A = \frac{v_A^2}{a_A^{(\perp)}} = \frac{v_A^2\sqrt{2}}{a_A},$$

где $a_A^{(\perp)}$ — проекция ускорения на направление, перпендикулярное скорости. Таким образом, ответ: $r_A = 2\sqrt{2}R \approx 40$ см.

Рассуждая так же, как в пункте а), можно получить для радиуса кривизны траектории точки B соотношение

$$r_B = 4R\sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right),$$

из которого следует ответ: $r_B = 2R \approx 28$ см.

2. Критическое значение коэффициента трения в пункте а) находится из условия равенства горизонтальной составляющей силы давления на ось блока и максимальной силы трения покоя, действующей на большой куб. Это рассуждение приводит к соотношению

$$\mu_a\left(mg + mg + T_a\right) = T_a,$$

в котором T_a — сила натяжения нити, удовлетворяющая равенству

$$T_a = ma_a = m \cdot \frac{mg}{2m} = \frac{mg}{2}.$$

Таким образом, искомый коэффициент трения равен $\mu_a = 0{,}2$. Номера столбцов таблицы, содержащих значения, превышающие μ_a, а следовательно удовлетворяющие условию пункта а) задачи, — 3456 (без запятых и пробелов).

В условиях пункта b) задачи уравнение, из которого находится коэффициент трения, изменяется (следует учесть, что на большой куб дополнительно будет действовать сила трения со стороны верхнего маленького кубика):

$$\mu_a\left(mg + mg + T_b\right) = T_b - \frac{mg}{4}.$$

Значение силы натяжения в этом случае равно

$$T_b = ma_b + \frac{mg}{4} = m\cdot\frac{mg - \frac{mg}{4}}{2m} + \frac{mg}{4} = \frac{5mg}{8}.$$

Таким образом, предельное значение коэффициента трения оказывается равно $\mu_b = \frac{1}{7} \approx 0{,}142$, так что в этом случае подходящие значения стоят в первых трёх столбцах таблицы, поэтому ответ: 123.

3. В начальный момент количество паров равно количеству сухого воздуха, поэтому их парциальные давления равны 100 кПа. Давление насыщенного пара воды, судя по графику, при температуре 117 °C равно 180 кПа, следовательно относительная влажность воздуха в начальный момент равна $\varphi = \frac{100}{180} \approx 56$ %. Наиболее близкое к найденному значение стоит в столбце номер 5.

До начала конденсации парциальное давление пара при охлаждении изменяется также, как давление воздуха, — прямо пропорционально абсолютной температуре:

$$p_{\mathrm{H_2O}} = \frac{100\ \text{кПа}}{390}\cdot\left(t + 273\right),$$

где t — температура в градусах Цельсия. Построив прямую, задаваемую этой формулой, находим точку её пересечения с кривой насыщения и определяем искомую температуру: $t \approx 98$ °C. Выбрать следует столбец номер 3.

При температуре 0 °C давление насыщенного пара воды составляет менее 2 кПа, в то же время парциальное давление сухого воздуха равно 70 кПа, следовательно подходящее значение стоит в столбце номер 4.

4. После полной диссоциации двухатомного газа количество вещества в сосуде увеличится в два раза, следовательно при постоянном давлении в два раза увеличится объём. Выбрать следует столбец номер 4.

Потенциальная энергия химической связи в двухатомной молекуле меньше нуля и по абсолютной величине равна W_0, поэтому после диссоциации одной двухатомной молекулы суммарная энергия двух атомов оказывается больше энергии молекулы на величину ΔE, удовлетворяющую соотношению

$$\Delta E = 2 \cdot \frac{3kT_0}{2} - \frac{5kT_0}{2} + W_0 = \frac{3kT_0}{2}.$$

Таким образом, изменение внутренней энергии газа в сосуде после полной диссоциации молекул на атомы оказывается равно $\Delta U = \frac{3}{2}\nu RT_0$, где ν начальное количество двухатомного газа. Учитывая, что газ также совершает работу, равную $A = p_0V_0$, для количества теплоты из первого начала термодинамики имеем равенство

$$Q = \frac{3}{2}\nu RT_0 + p_0V_0 = \frac{5}{2}p_0V_0 = 250\ \text{Дж}.$$

Численный ответ совпадает со значением, стоящим в столбце номер 4.

5. После замыкания ключа K_1 на внешней сфере возникает заряд $q_1 = 6\pi\varepsilon_0 D\mathscr{E}$. Энергия электростатического взаимодействия зарядов сферы оказывается равна $W_1 = \frac{\mathscr{E}q_1}{2}$, при этом батарея совершает работу $A_1 = \mathscr{E}q_1$ по перемещению заряда q_1. Из закона сохранения энергии следует, что количество теплоты, выделяющееся в цепи, равно

$$Q = A_1 - W_1 = 3\pi\varepsilon_0 D\mathscr{E}^2 = 3\ \text{мДж}.$$

После замыкания ключа K_2 заряд на внешней сфере изменится и станет равен q_2, при этом на внутренней сфере возникнет некоторый заряд q'. Из условия равенства нулю потенциала внутренней сферы получим равенство $q' = -\frac{q_2}{3}$. Теперь можно определить заряд внешней сферы, приравняв потенциал, создаваемый на ней зарядами q' и q_2, значению ЭДС источника. В итоге получим: $q_2 = 9\pi\varepsilon_0 D\mathscr{E}$, так что искомая работа батареи равна

$$A_2 = \mathscr{E}(q_2 - q_1) = 3\pi\varepsilon_0 D\mathscr{E}^2 = 3\ \text{мДж}.$$

6. а) Если i_1 и i_2 — токи, текущие через катушки индуктивностью L и $2L$ соответственно в переходном процессе, то справедливо соотношение

$$2Ldi_2 - Ldi_1 = r\left(dq_1 - 2dq_2\right),$$

где dq_1 и dq_2 — заряды, протекающие через катушки индуктивностью L и $2L$ за бесконечно малое время dt. Проинтегрировав это уравнение, получаем равенство

$$2L\Delta i_2 - L\Delta i_1 = r\left(q_1 - 2q_2\right),$$

в котором $\Delta i_2 = 0$, а $\Delta i_1 = \frac{\mathscr{E}}{2r}$. Протекающие через катушки заряды связаны соотношением

$$C\mathscr{E} = q_1 + q_2,$$

которое позволяет исключить заряд q_2 и получить после простых преобразований ответ

$$q_1 = \frac{L\mathscr{E}}{6r^2} + \frac{2C\mathscr{E}}{3} = 900\ \text{мкКл}.$$

b) Записав уравнение, отражающее закон сохранения энергии

$$C\mathscr{E}^2 = \frac{C\mathscr{E}^2}{2} - \frac{L\mathscr{E}^2}{8r^2} + Q,$$

легко получим ответ:

$$Q = \frac{C\mathscr{E}^2}{2}\left(1 + \frac{L}{4Cr^2}\right) = 6{,}75\ \text{мДж} \approx 7\ \text{мДж}.$$